

連続状態乱雑位相近似による 直接中性子捕獲の方法

新潟大学 齊藤照之

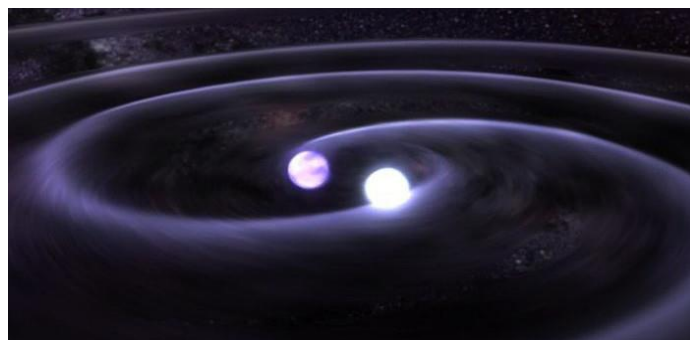


2023/2/9

研究会「中性子捕獲反応で迫る宇宙の元素合成」

r-processと原子核物理

r-processサイト 連星中性子星合体



GW170817

B. Abbott et al. PRL 199 (2017)

kilonova observation

<https://aasnova.org/2015/10/28/what-do-you-get-when-two-neutron-stars-merge/>

天体現象の物理モデル

原子核に関するインプット

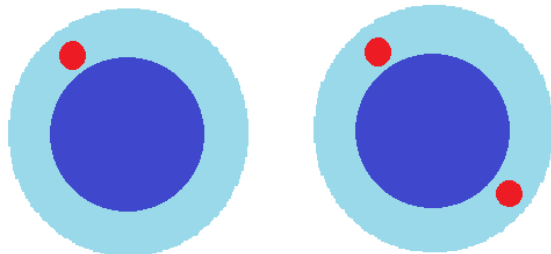
- ・原子核質量 $\cdot (n, \gamma), (\gamma, n)$
- ・ β 崩壊 \cdot 核分裂

実験が困難である中性子過剰な領域では
原子核のエキゾチックな振舞いなどを考慮した
包括的で精緻な理論的な予測が必要

中性子過剰核の物理(1)

中性子ハロー, 中性子スキン

弱束縛中性子



1nハロー原子核

2nハロー原子核

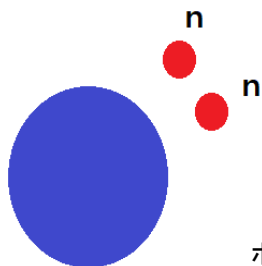
(n,γ)における $1/v$ 則からのズレ

C. Bertulani and A. Sustich, PRC 46 (1992) 2340

魔法数の変化

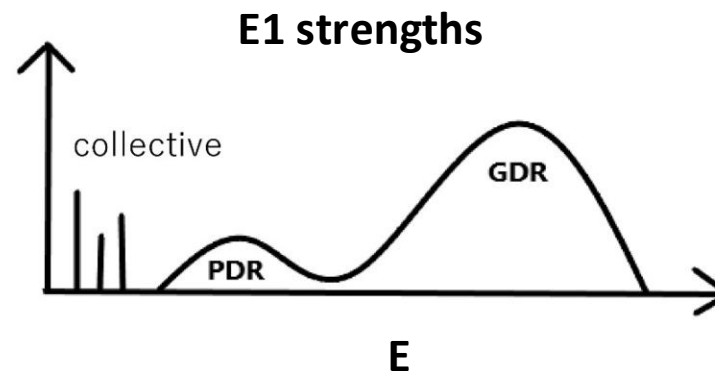
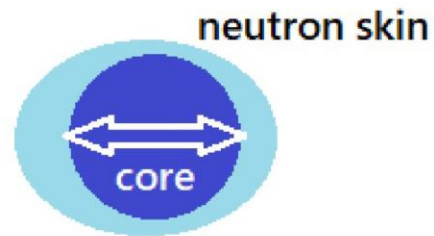
反転の島

ダイニュートロン相関



ボロミアン核

Pygmy共鳴



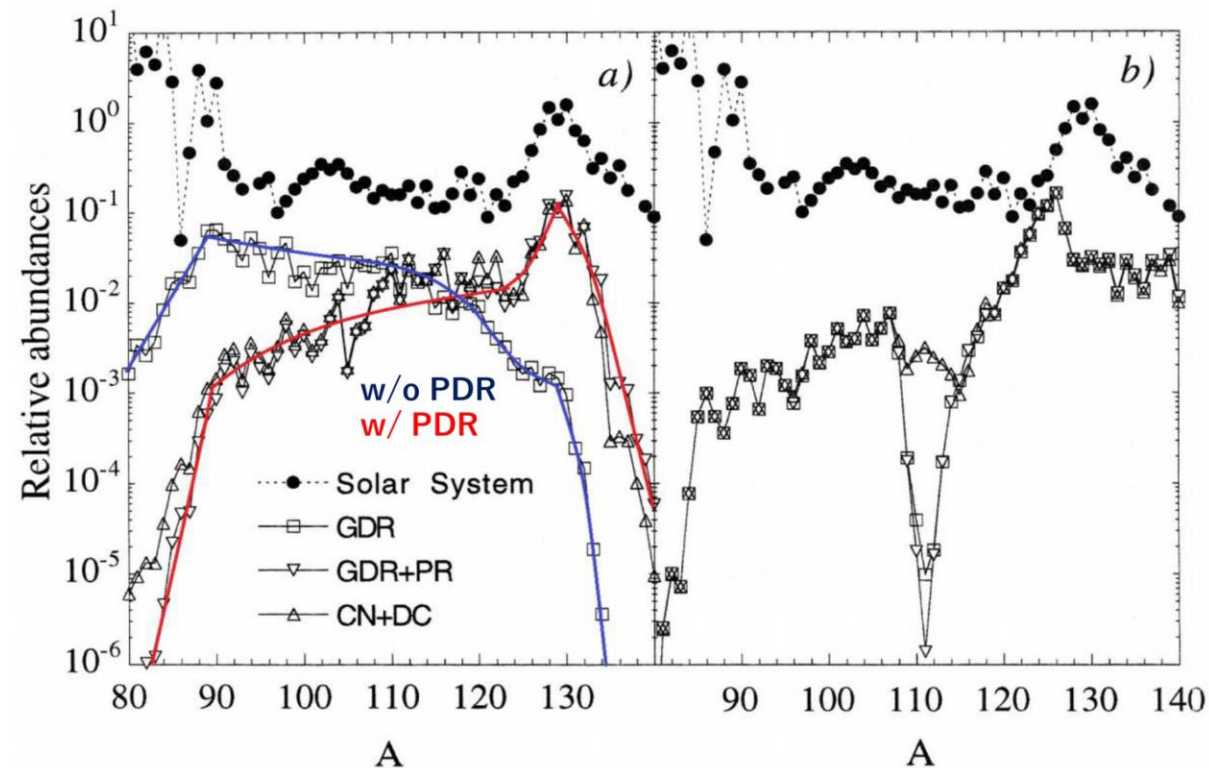
中性子過剰核の物理(2)

r-processにおいて
閾値近傍でのE1強度の増大, Pygmy共鳴が
(n, γ)に重大なインパクトを与える可能性

PDRの存在は複合核過程(n, γ)のみならず
直接過程(n, γ)を介しても影響を与えるの
ではないか？

その他の集団運動状態はどうか？ etc.

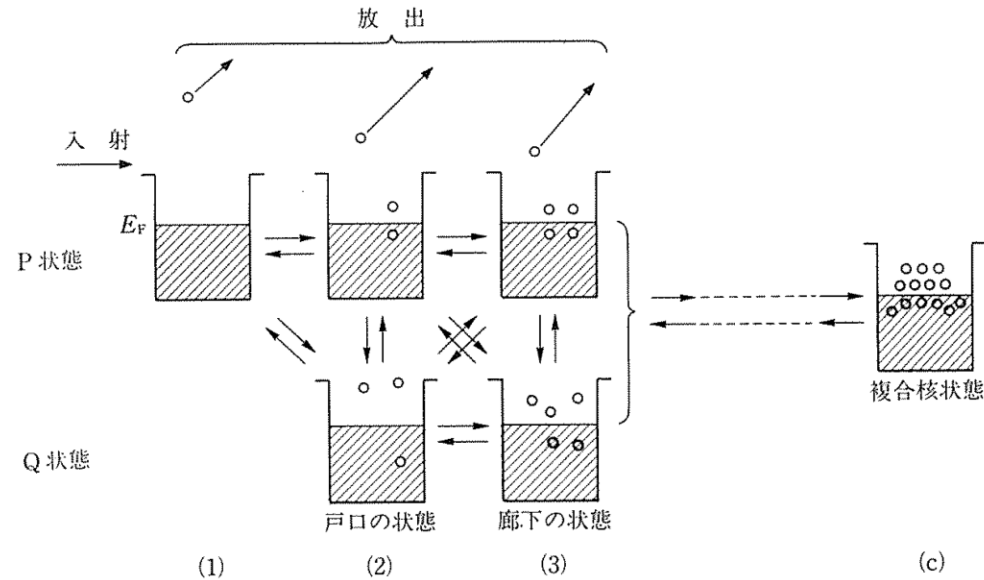
⇒cRPAによる(n, γ)理論



S. Goriely, PLB 436 (1998) 10

原子核反応概観

反応に関与する自由度に応じて直接過程,前平衡過程,複合核過程に分類される



河合光路「核反応」丸善

直接過程 DWBA, CC
前平衡過程 エキシトン模型, TDHF
複合核過程 Hauser-Feshbach 統計モデル

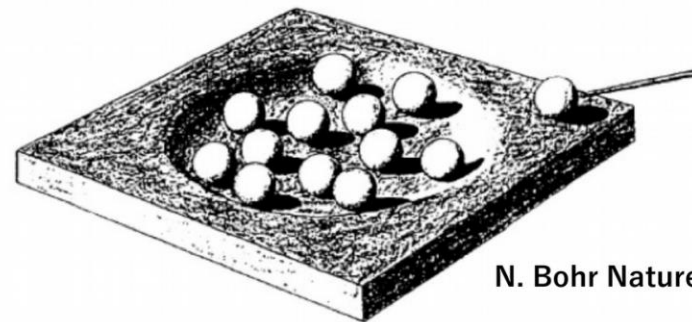
r-process等では多数の原子核について包括的に扱える一貫した理論的枠組とその計算が必要

- > 直接過程は平均場模型に基づく1次のDWBA (ポテンシャルモデル) 計算
- > 複合核過程はグローバルな中性子光学ポテンシャル(n透過係数)
+ QRPA γ 強度関数(γ 透過係数)によるHauser-Feshbach計算

複合核過程(n,γ)

熱平衡状態である複合核を経て反応するものと仮定(Bohr仮説)

- ・複合核の形成と崩壊が独立事象である
- ・反応のエネルギー領域における状態密度が十分に高い



N. Bohr Nature 137(1936)

Hauser-Feshbachの式

$$\sigma^{CN}(E) = \frac{\pi}{k^2} \sum_{J^\pi} g^J \frac{T_n(E, J^\pi) T_\gamma(E_\gamma, J^\pi)}{T_{\text{tot}}(J^\pi)}$$

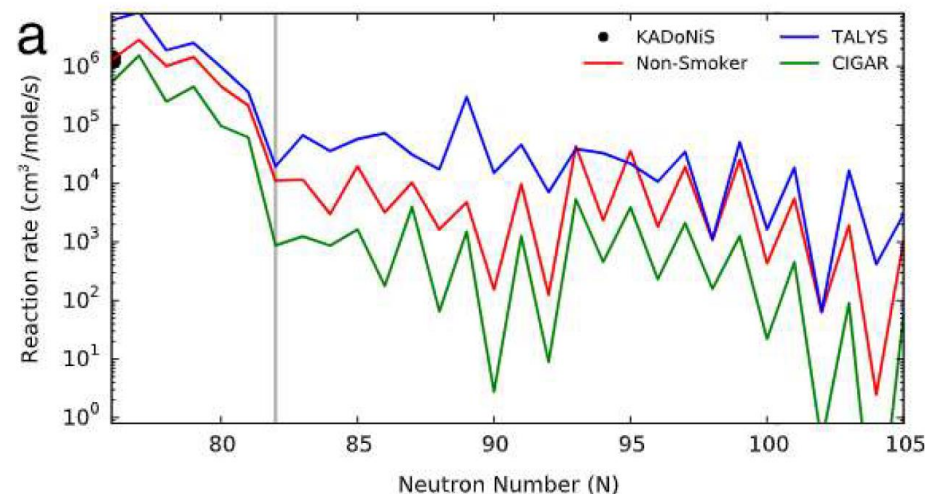
W. Hauser and H. Feshbach, PR 87 (1952) 366

中性子過剰核領域において

- ・評価値の不定性
- ・状態密度が小さくなると仮定が妥当で無くなるのではないか？

M. Arnould et al., PR 450 (2007) 97

(n,γ) reaction rate for Tin isotopes



M. R. Mumpower et al., PNP 86 (2016) 86

複合核過程 vs. 直接過程

安定核領域

- ・中性子分離エネルギー $-S_n$ 大
- ・状態密度 大

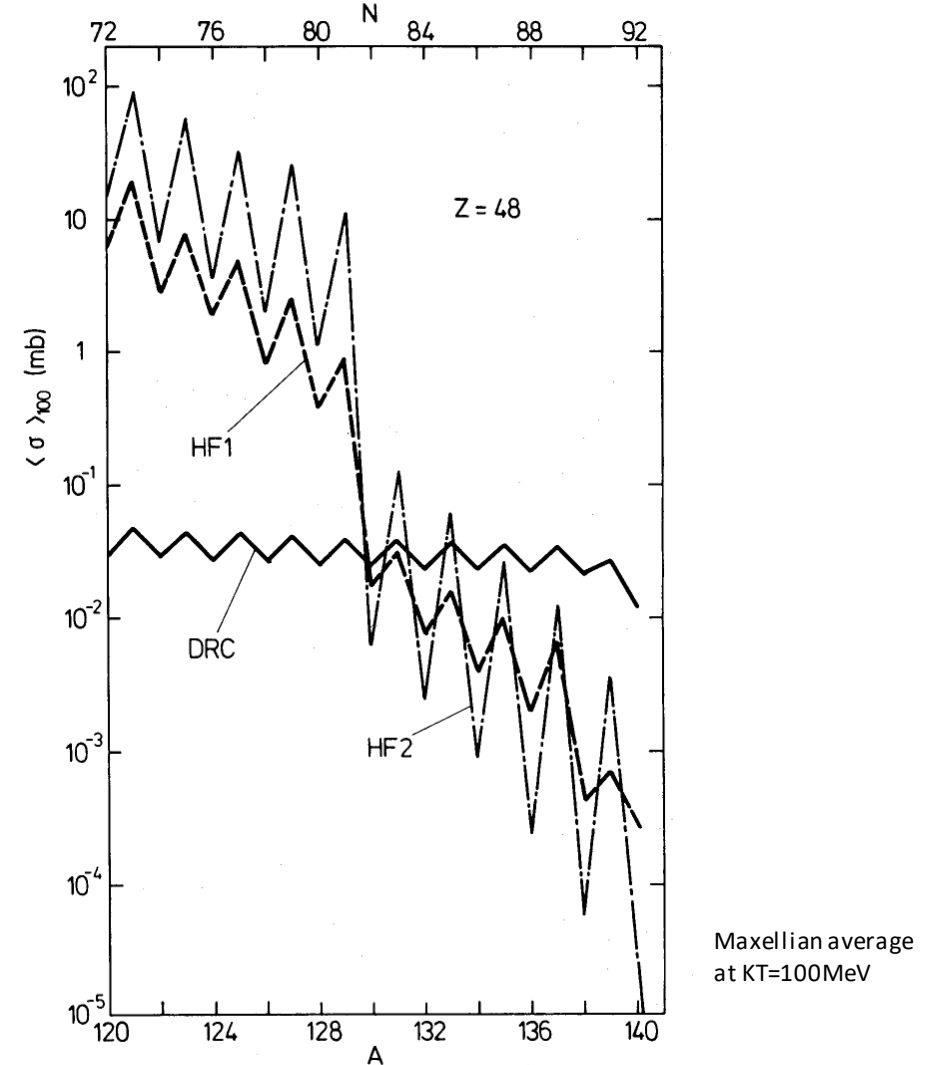
複合核過程が支配的



中性子過剰な領域

- ・中性子分離エネルギー $-S_n$ 小
- ・状態密度 小

直接過程が支配的



直接過程(n,γ)

ポテンシャルモデルによる(n,γ)断面積
平均場模型の不活性コア(A-1)と入射中性子nからなる系

$$\sigma^{\text{DC}}(E) = \int^{S_n} \sum_{J_f, \pi_f} S_f \rho(E_f, J_f, \pi_f) \sigma_f^{\text{DC}}(E) dE_f$$

$$\sigma_f^{\text{DC}}(E) = f_M(E_\gamma) |\langle \phi_f | \hat{M} | \phi_i(E) \rangle|^2 \quad (M = E1, E2, M1)$$

・分光的因子 $S_f = |\langle \Psi_{A,f} | \Psi_{A-1} \phi_f \rangle|^2$ が終状態 $|\Psi_{A,f}\rangle$ の核構造を反映(平均場モデルなら=1)

>グローバルに求めるのは困難,通常は適当な定数へ置き換え

・入射中性子(散乱状態 ϕ_i)が束縛軌道 ϕ_k へ直接 γ 遷移する

>PDR,GDRといった共鳴状態を形成するチャンネルを考慮できない

>Breit-Wigner公式による取扱い, direct-semi directモデルによるGDRフォノンの取入れ

連続状態乱雑位相近似(continuum RPA)

G. F. Bertsch and S. F. Tsai, PR 18 (1975) 125
S. Shlomo and G. F. Bertsch, NPA 243 (1975) 507
M. Matsuo, NPA 696 (2001) 371

連続状態を一粒子グリーン関数Gで扱う(非離散化)RPA,線型応答理論
中性子過剰核や(n, γ)入射中性子における連続状態を適切に扱える

TDDFTにおいて外場fに対する系(原子核)の線型応答の積分方程式

$$\delta\rho(x, \omega) = \int dx' R_0(x, x', \omega) \left\{ \frac{\delta U[\rho]}{\delta\rho} \delta\rho(x', \omega) + f(x') \right\}$$

を解くことで一体演算子 \hat{O} の外場fに対する応答 $\delta\langle\hat{O}\rangle$ を得る

- ・強度関数
- ・遷移密度
- ・励起状態の核構造 $\{X_{ph}, Y_{ph}\}$ などなど

→ γ 吸収断面積をZangwill and Sovenの方法を用いて分解し(γ, n)チャネルを取り出す

cRPAによる直接中性子捕獲 :: 基底状態チャンネル(1)

線型応答理論による強度関数Sと自己無撞着場による表現

$$S(E) = \sum_k |\langle k | \hat{V}_\gamma | 0 \rangle|^2 \delta(E - E_k)$$

$$S(E) = \sum_{ph} |\langle ph | \hat{V}_{\text{scf}}(\omega) | 0 \rangle|^2 \delta(E - (\epsilon_p - \epsilon_h)) \quad \text{自己無撞着場} \quad V_{\text{scf}}(\omega) = \frac{\delta U[\rho]}{\delta \rho} \delta \rho(\omega) + V_\gamma$$

(y,n)断面積



強度関数の分解

$$\sigma_{(\gamma,n)}(E_\gamma) = \frac{(2\pi)^4}{\hbar c} \sum_{p(\epsilon_p > 0)} |\langle ph | \hat{V}_{\text{scf}}(\omega_\gamma) | 0 \rangle|^2 \delta(E_\gamma - (\epsilon_p - \epsilon_h))$$

(n,y)断面積



詳細釣合

$$\sigma_{(n,\gamma)}(e_{\text{kin}}) = \frac{E_\gamma^2}{2mc^2 e_{\text{kin}}} \sigma_{(\gamma,n)}(E_\gamma)$$

A. Zangwill and P. Soven, PRA 21(1980)

M. Matsuo, PRC 91(2015)

Zangwill, Soven
method

cRPAによる直接中性子捕獲 :: 基底状態チャンネル(2)

general (γ, n) T-matrix

$$T_{(\gamma, n)} = \langle \Psi_{n(A-1)}^{(-)} | \hat{V}_\gamma | \Psi_A \rangle$$

\hat{V} : interaction of $(A-1)+n$ system

LS solution

$$|\Psi_{n(A-1)}^{(-)}\rangle = |\phi_n \Psi_{A-1}\rangle + (\hat{G}_0^{(-)} + \hat{G}_0^{(-)} \hat{V} \hat{G}_0^{(-)} + \dots) \hat{V} |\phi_n \Psi_{A-1}\rangle$$

RPA



$$\hat{V} \rightarrow \hat{V}_{ph}$$

$$\hat{G}_0 \rightarrow \hat{R}_0 = \hat{P} \hat{G}_0 \hat{P} \quad \hat{P} = \sum_{ph} |ph\rangle \langle ph|$$

R_0 1p1h伝播関数

RPA (γ, n) T-matrix

※後方振幅項を無視した場合

$$T_{(\gamma, n)}^{\text{RPA}} = \langle \Psi_{n(A-1)}^{(-)\text{RPA}} | \hat{V}_\gamma | \Psi_A \rangle = \sum_p \langle ph | \hat{V}_{\text{scf}}(\omega) | 0 \rangle$$

$$|\Psi_{n(A-1)}^{(-)\text{RPA}}\rangle = |\phi_n \Psi_{A-1}\rangle + (\hat{R}_0^{(-)} + \hat{R}_0^{(-)} \hat{V}_{ph} \hat{R}_0^{(-)} + \dots) \hat{V}_{ph} |\phi_n \Psi_{A-1}\rangle$$

cRPAによる直接中性子捕獲 :: 励起状態チャンネル

RPA $A_{g.s.}(\gamma, n)$ (A-1) T-matrix

$$T_{A_{g.s.}(\gamma, n)(A-1)}^{RPA} = \langle \Psi_{n(A-1)}^{(-)RPA} | \hat{V}_\gamma | \Psi_{A_{g.s.}} \rangle = \sum_p \langle ph | \hat{V}_{scf}(\hat{V}_\gamma; \omega) | 0 \rangle$$



$$\hat{V}_\gamma \rightarrow \hat{F} \equiv [\hat{V}_\gamma, \hat{O}_{ex.}^\dagger] \quad |A_{ex.}\rangle = \hat{O}_{ex.}^\dagger |A_{g.s.}\rangle$$

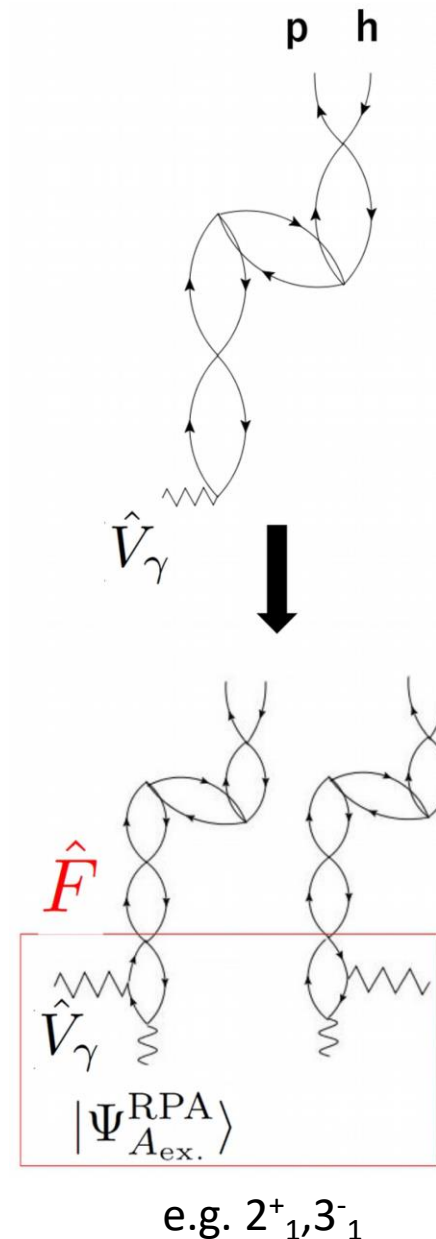
F is a non-local one-body op. T. Saito and M. Matsuo, PRC 104(2021)

+準ボソン近似

RPA $A_{ex.}(\gamma, n)$ (A-1) T-matrix

$$\begin{aligned} T_{A_{ex.}(\gamma, n)(A-1)}^{RPA} &= \langle \Psi_{n(A-1)}^{(-)RPA} | \hat{V}_\gamma | \Psi_{A_{ex.}}^{RPA} \rangle = \sum_p \langle ph | \hat{V}_{scf}(\hat{F}; \omega) | 0 \rangle \\ &= \sum_p \langle ph | \hat{V}_{scf}(\hat{V}_\gamma; \omega) | \Psi_{A_{ex.}}^{RPA} \rangle \end{aligned}$$

$V_\gamma \rightarrow F$ の置換で基底状態(始状態チャンネル)がlow-lying状態に置換される



ポテンシャルモデルとcRPAによる方法の比較

ポテンシャルモデル

$$\sigma_f^{DC}(E) = f_M(E_\gamma) |\langle \phi_f | \hat{M} | \phi_i(E) \rangle|^2$$

- ・共鳴状態の形成を考慮できない
- ・集団性を考慮できない

- ・陽子の自由度の寄与は無い

- ・(n,γ)終状態チャンネルの残留核に関する核構造は分光的因子Sによって記述
>定数近似によるグローバル計算

- ・対相関の効果は(n,γ)終状態チャンネル(Sと閾値)については取り入れられる
(現象論的考慮)

cRPAによる方法

$$\sigma_f^{DC}(E) = f_M(E_\gamma) |\langle \Psi_{A,f}^{\text{RPA}} | \hat{V}_{\text{scf}}(\hat{M}; \omega) | \Psi_{A-1} \phi_i(E) \rangle|^2$$

- ・共鳴状態の形成を考慮できる
- ・集団性を考慮できる

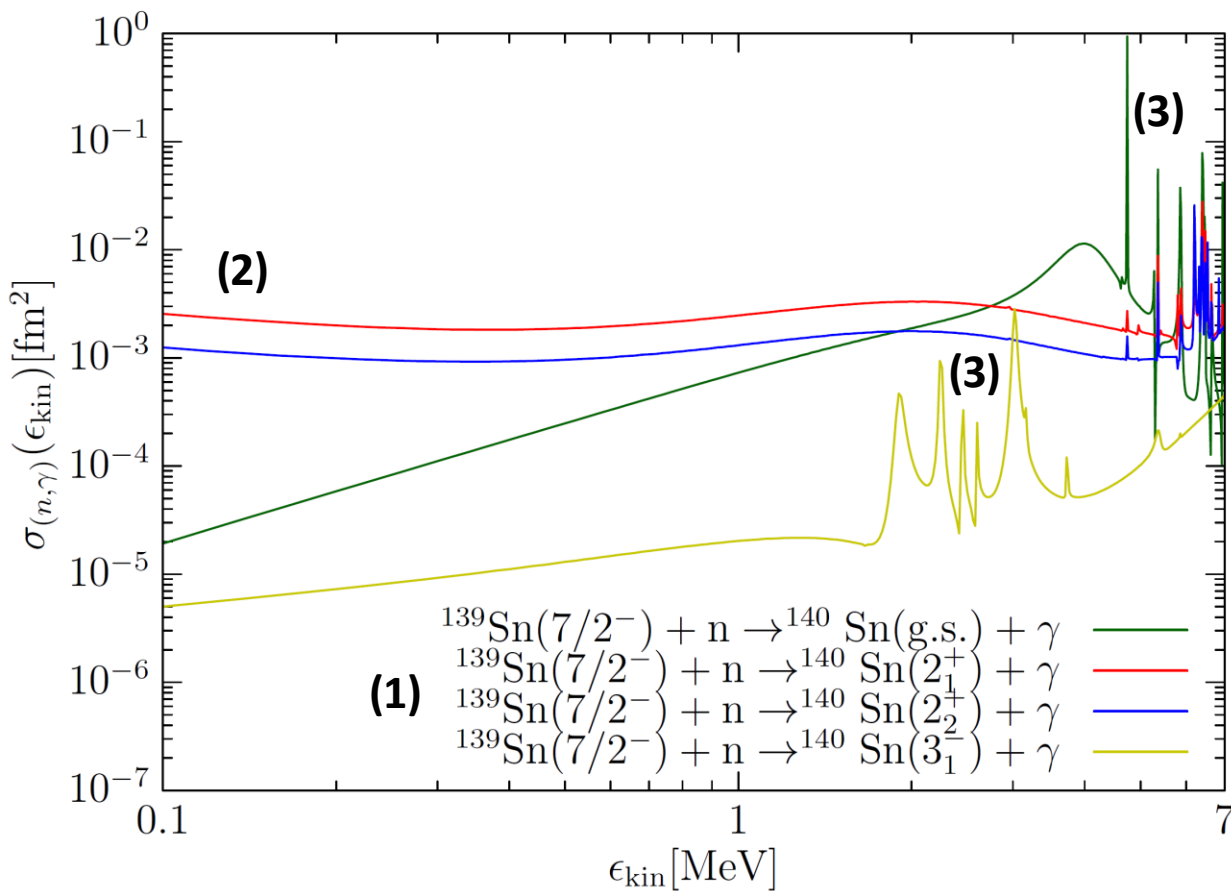
- ・RPA相関を通じて陽子の自由度も寄与する

- ・(n,γ)終状態チャンネルの残留核に関する核構造はRPAによって一貫的に記述
>EDFベースにより広範囲で計算可能

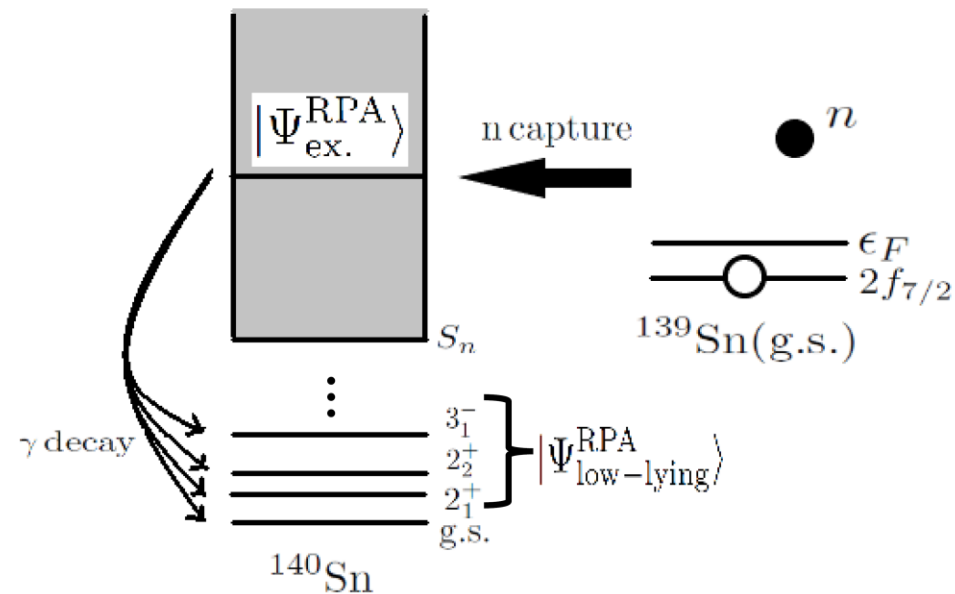
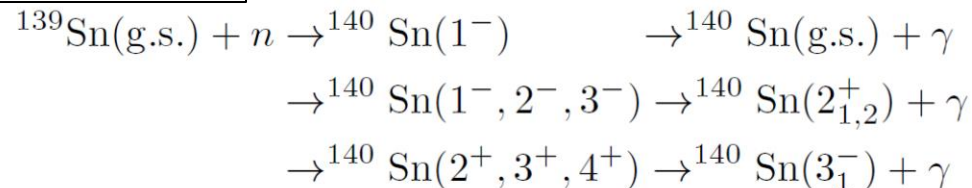
- ・対相関の効果は(n,γ)終状態チャンネル(Sと閾値)と始状態(pp, hh相関散乱)どちらにも取り入れられる
(量子多体論的考慮)

$^{139}\text{Sn}(\text{g.s.})$ のE1直接中性子捕獲

T. Saito and M. Matsuo arXiv2208.09455

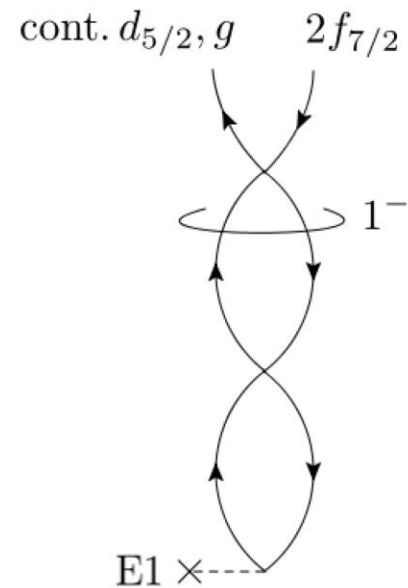
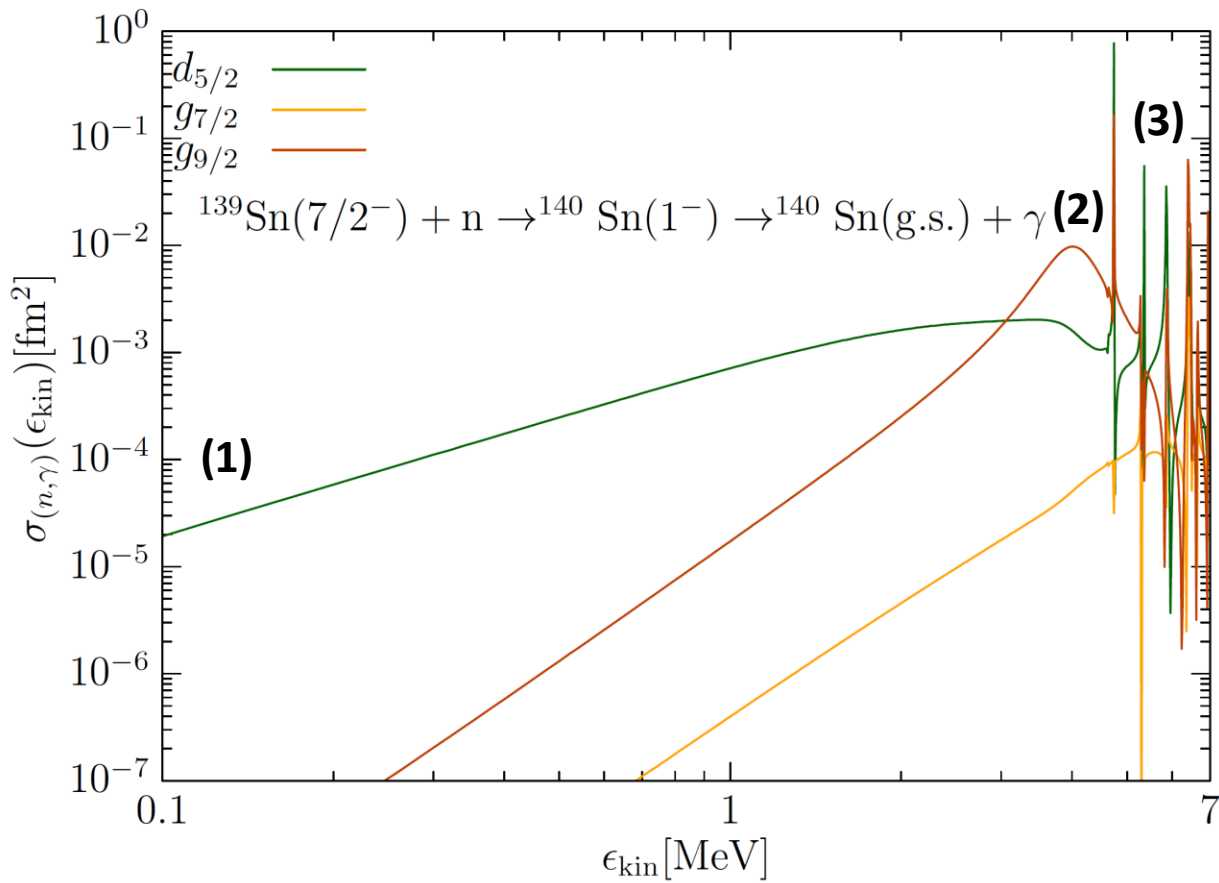


E1チャンネル



- (1) 相関によって 3_1^- チャンネルが出現
- (2) 低エネルギー領域では $2_{1,2}^+$ チャンネルが支配的
- (3) 相関による共鳴状態形成からの γ 崩壊

$^{139}\text{Sn}(\text{g.s.})$ のE1直接中性子捕獲 :: 基底状態遷移チャネル



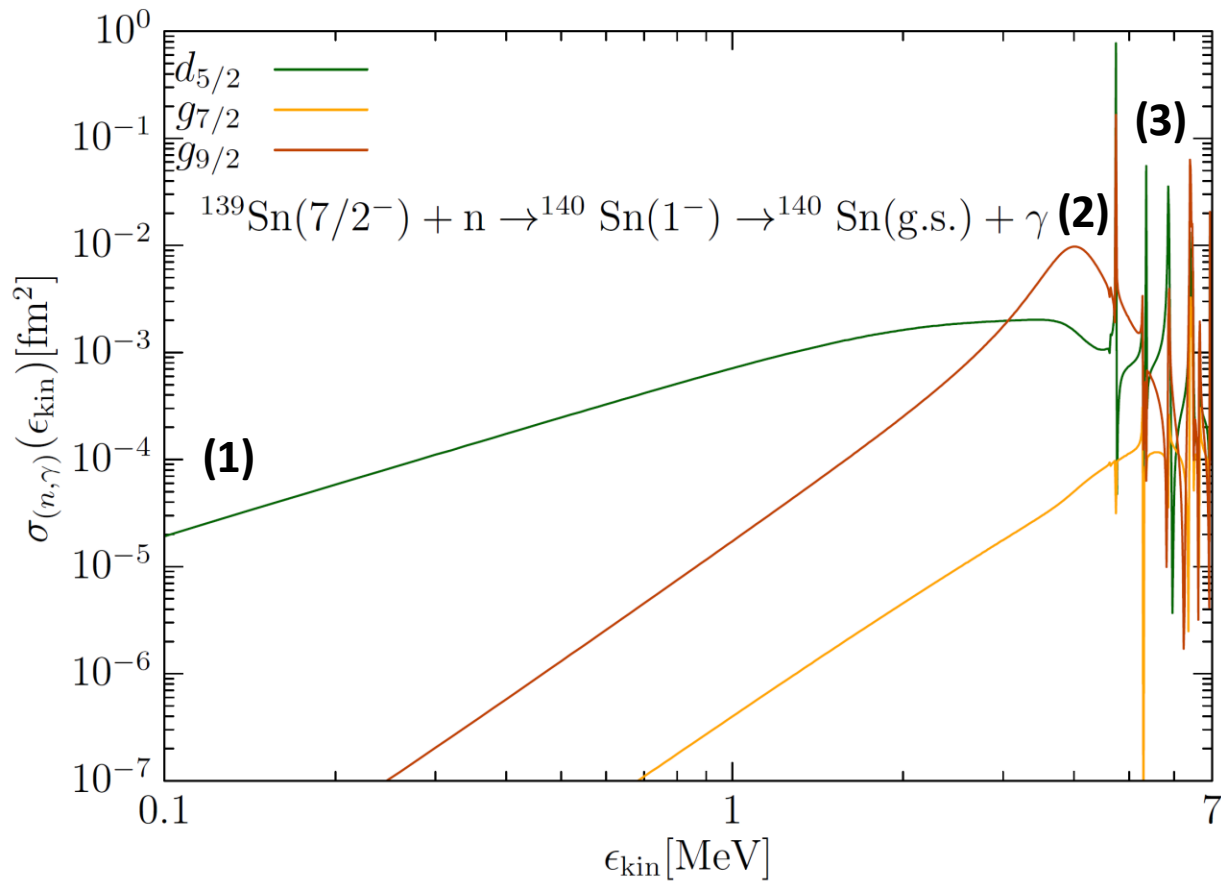
(1)d波捕獲

角運動量合成則より基底状態チャネルはs波捕獲できない

(2)soft dipole mode

共鳴g軌道による幅のあるピーク
集団運動状態ではない

$^{139}\text{Sn}(\text{g.s.})$ のE1直接中性子捕獲 :: 基底状態遷移チャネル



(3)1-共鳴状態の形成

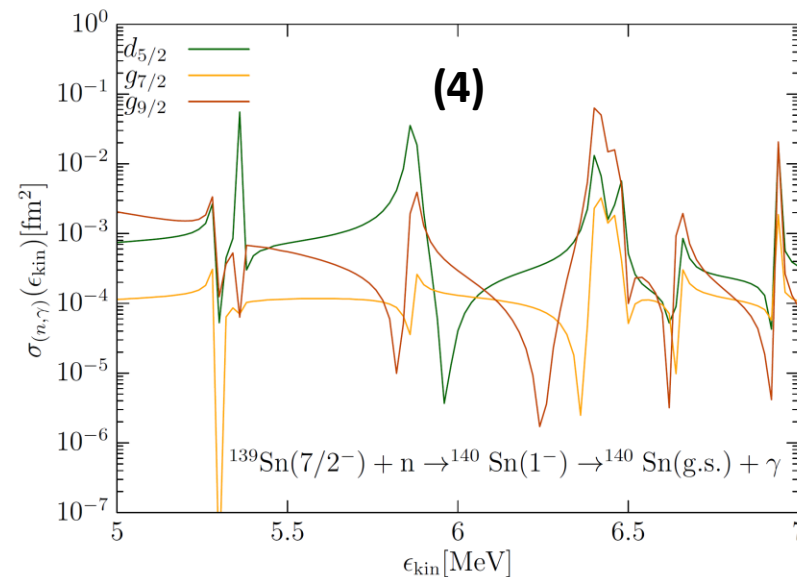
集団性が小さいことがある

部分波毎に断面積への影響はまちまち

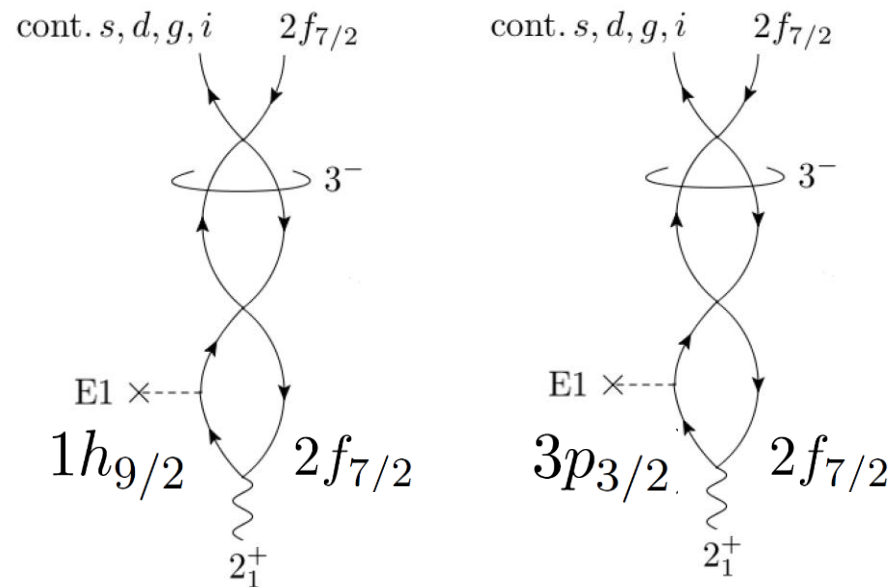
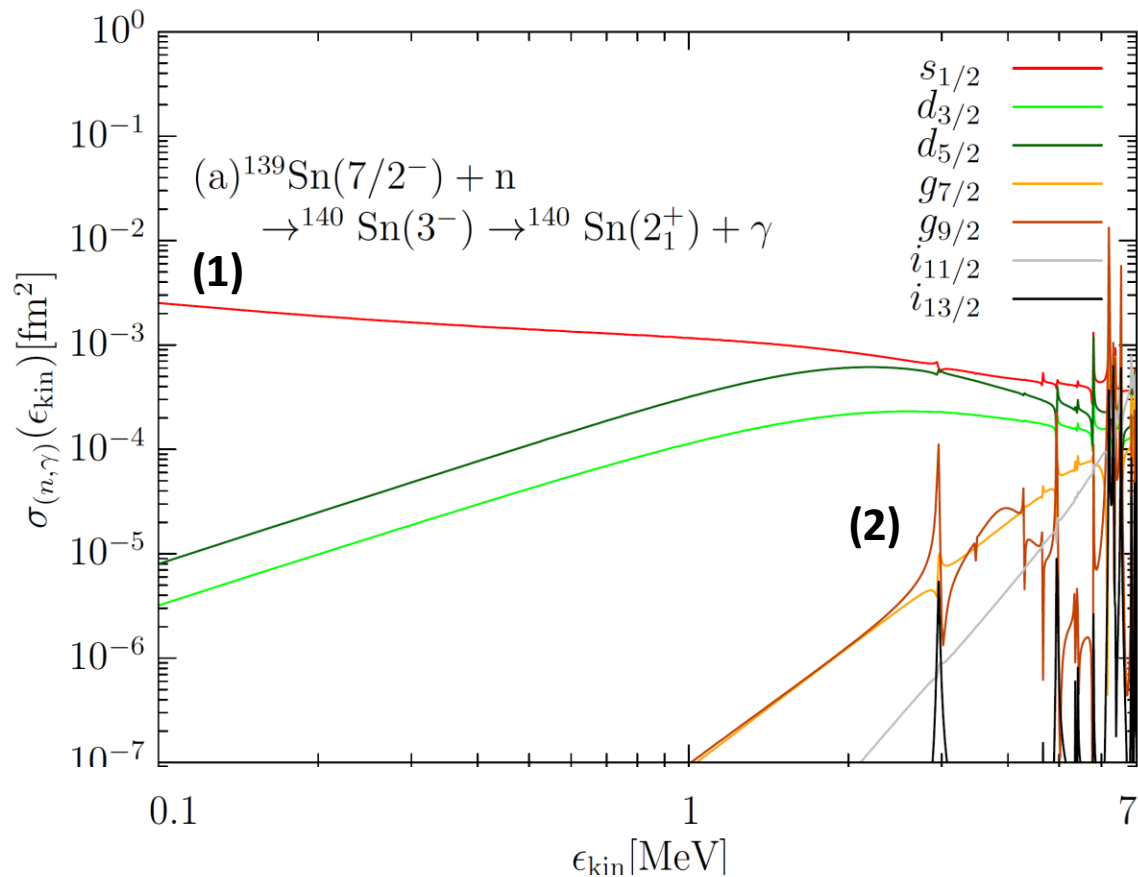
(\leftrightarrow GDRの場合)

(4)continuum とresonanceの干渉効果

位相差も求まる



$^{139}\text{Sn}(\text{g.s.})$ のE1直接中性子捕獲 :: $2^+_{1,2}$ 遷移チャネル

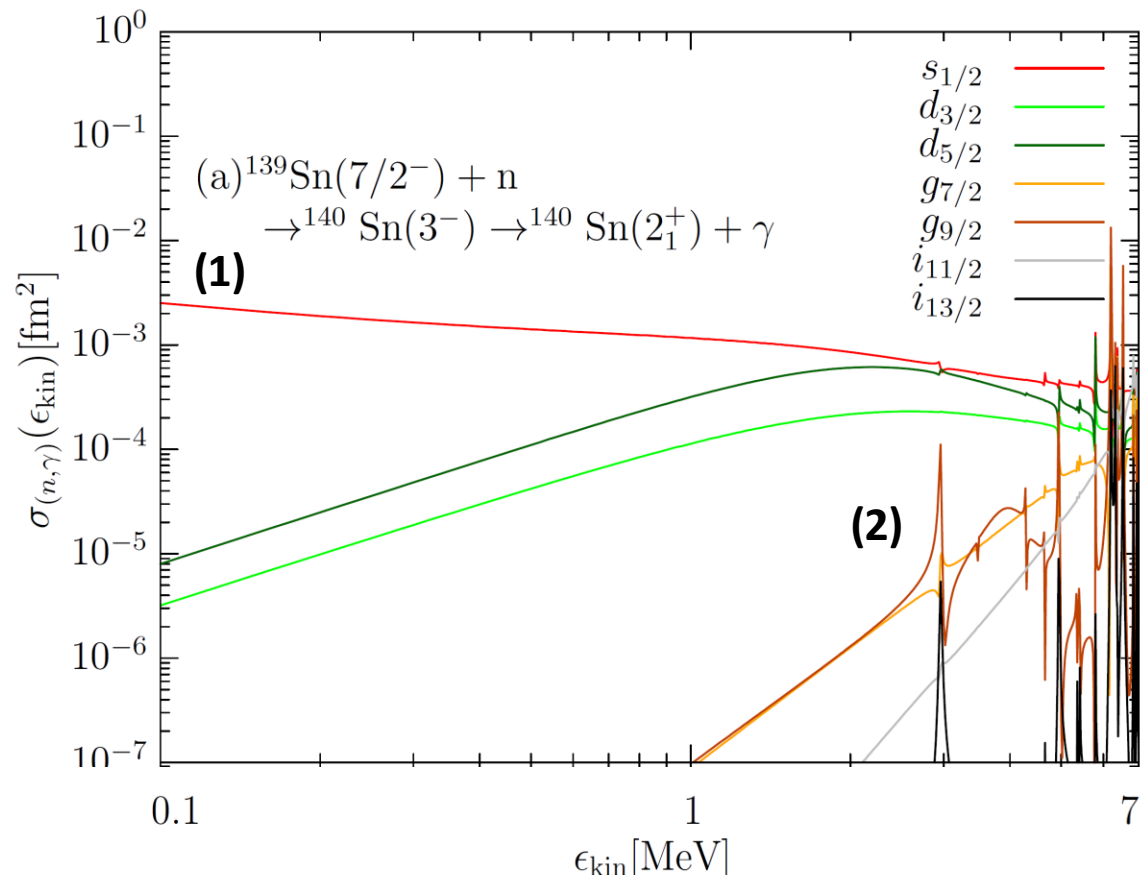


$2^+_{1,2}$ における主要な1p1h配位		
neutron config.	$X_{ph}^{2^+_1}$	$X_{ph}^{2^+_2}$
$(1h_{9/2})(2f_{7/2})^{-1}$	-0.601	0.791
$(3p_{3/2})(2f_{7/2})^{-1}$	0.789	0.600

(1)s波捕獲

角運動合成則及び相関による配位混合により
 $2^+_{1,2}$ チャネルどちらもs波捕獲可能(\leftrightarrow g.s.の場合)

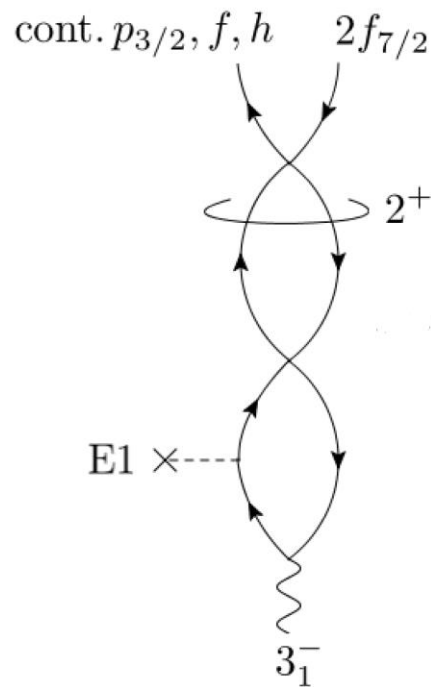
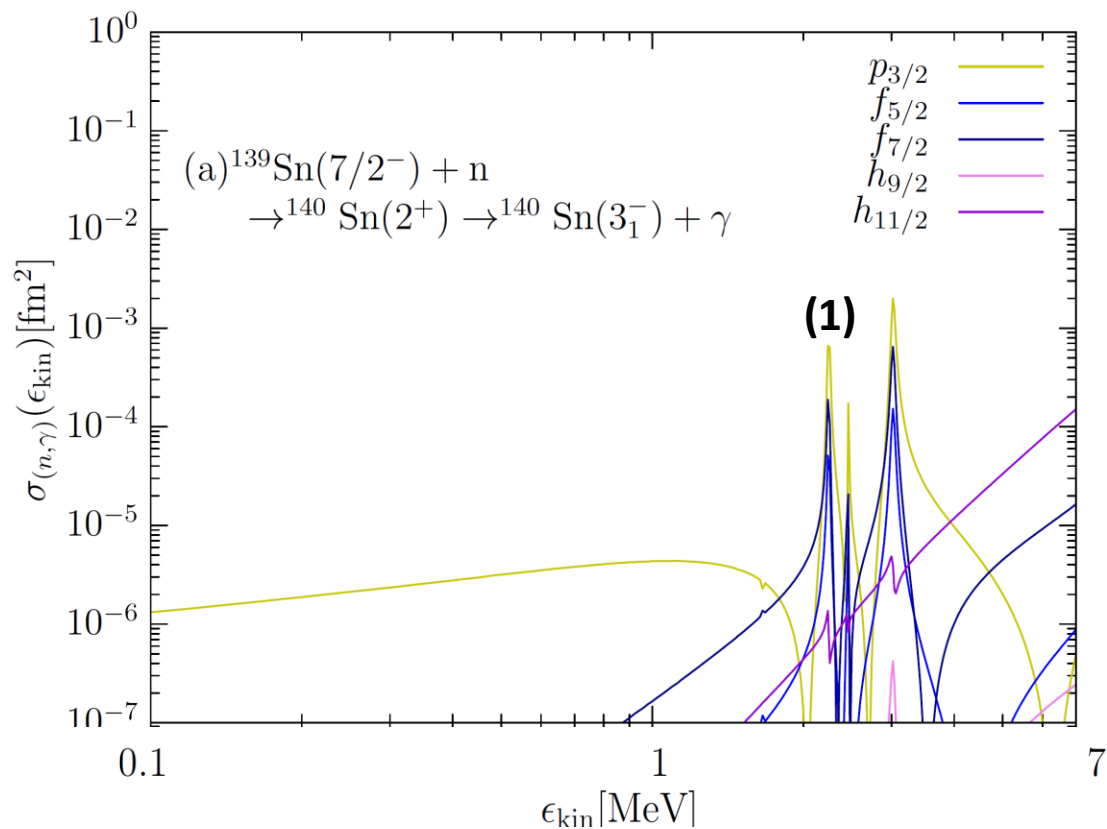
$^{139}\text{Sn}(\text{g.s.})$ のE1直接中性子捕獲 :: 2^+_{1} 遷移チャネル



(2) 3-共鳴状態の形成

集団性が小さくs,d波には余り効いてないため
断面積への影響はわずか
(ポテンシャルモデルで十分な場合)

$^{139}\text{Sn}(\text{g.s.})$ のE1直接中性子捕獲 :: 3_1^- 遷移チャネル



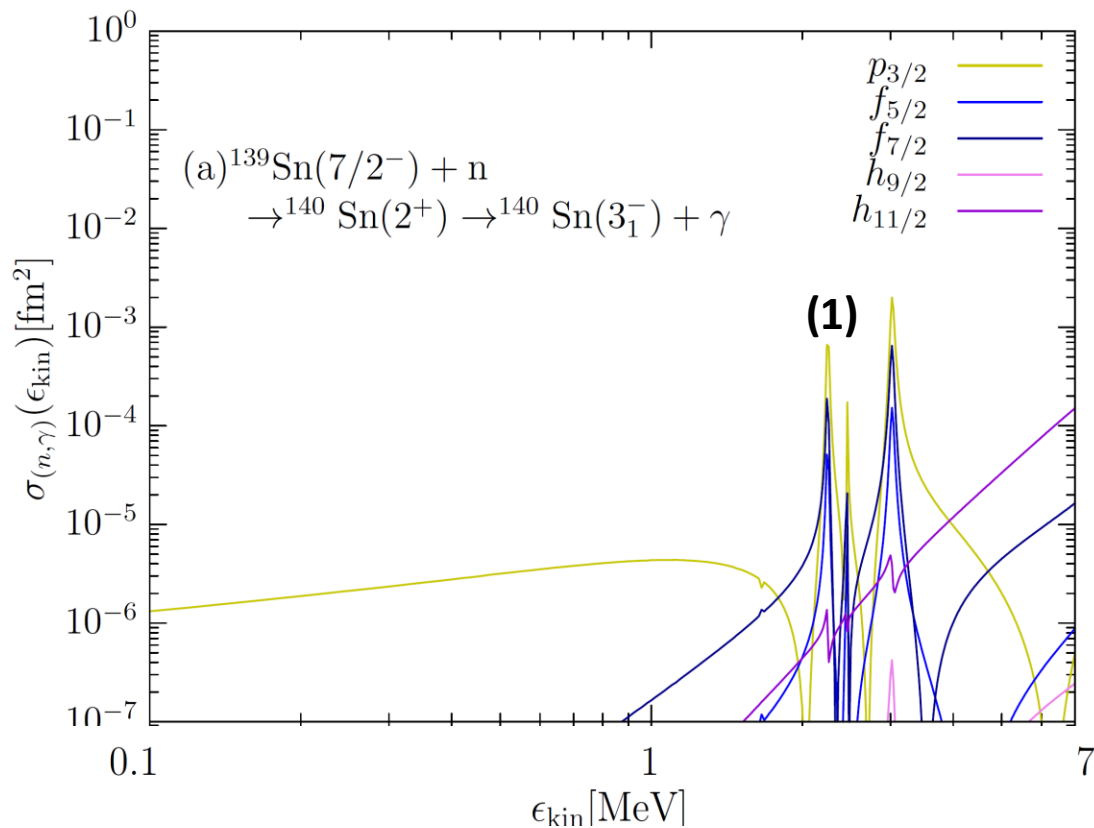
3_1^- config.

neutron config.	$X_{ph}^{3_1^-}$	proton config.	$X_{ph}^{3_1^-}$
$(1i_{13/2})(2f_{7/2})^{-1}$	0.831	$(1h_{11/2})(1g_{9/2})^{-1}$	-0.285
$(1i_{13/2})(1h_{11/2})^{-1}$	0.354	$(1g_{7/2})(2p_{1/2})^{-1}$	0.203
$(1h_{9/2})(2d_{3/2})^{-1}$	-0.299	$(2d_{5/2})(2p_{1/2})^{-1}$	0.176
$(1h_{9/2})(1g_{7/2})^{-1}$	-0.189	$(2d_{5/2})(2p_{3/2})^{-1}$	0.135
$(2f_{5/2})(3s_{1/2})^{-1}$	0.134	$(1j_{15/2})(1g_{9/2})^{-1}$	0.129
$(2g_{9/2})(2f_{7/2})^{-1}$	0.133	$(2f_{7/2})(1g_{9/2})^{-1}$	-0.129
$(2f_{5/2})(2d_{3/2})^{-1}$	-0.126	$(2d_{3/2})(2p_{3/2})^{-1}$	-0.120
$(3p_{3/2})(2d_{3/2})^{-1}$	-0.112	$(3p_{3/2})(1g_{9/2})^{-1}$	-0.103
$(2j_{15/2})(1g_{9/2})^{-1}$	0.108	$(1g_{7/2})(1f_{5/2})^{-1}$	0.102
$(2f_{5/2})(1g_{7/2})^{-1}$	-0.101		

(1a) $2+$ 共鳴状態の形成
p, f波がコヒーレントに寄与する

$^{139}\text{Sn}(\text{g.s.})$ のE1直接中性子捕獲 :: 3_1^- 遷移チャネル

(1b) $2+$ 共鳴状態形成チャネルにおける陽子の寄与



散乱入射波

$$|(2f_{7/2})^{-1} + p_{3/2}\rangle + |(2f_{7/2})^{-1} + f_{5/2}\rangle + |(2f_{7/2})^{-1} + f_{7/2}\rangle + \dots$$

$2+$ 共鳴状態(2-4 MeV)

$$\begin{aligned} & \nu[(2f_{7/2})^{-1} \otimes p_{3/2}]_{2+} & \nu[(1h_{11/2})^{-1} \otimes 1h_{9/2}]_{2+} \\ & \nu[(2f_{7/2})^{-1} \otimes f_{5/2}]_{2+} & + \pi[(1g_{9/2})^{-1} \otimes 1g_{7/2}]_{2+} \\ & \nu[(2f_{7/2})^{-1} \otimes f_{7/2}]_{2+} & + \pi[(1g_{9/2})^{-1} \otimes 2d_{5/2}]_{2+} \quad \text{etc.} \\ & \text{continuum } 1p1h & \text{bound } 1p1h \end{aligned}$$

E1遷移(isovector dipole)

終状態(束縛状態)

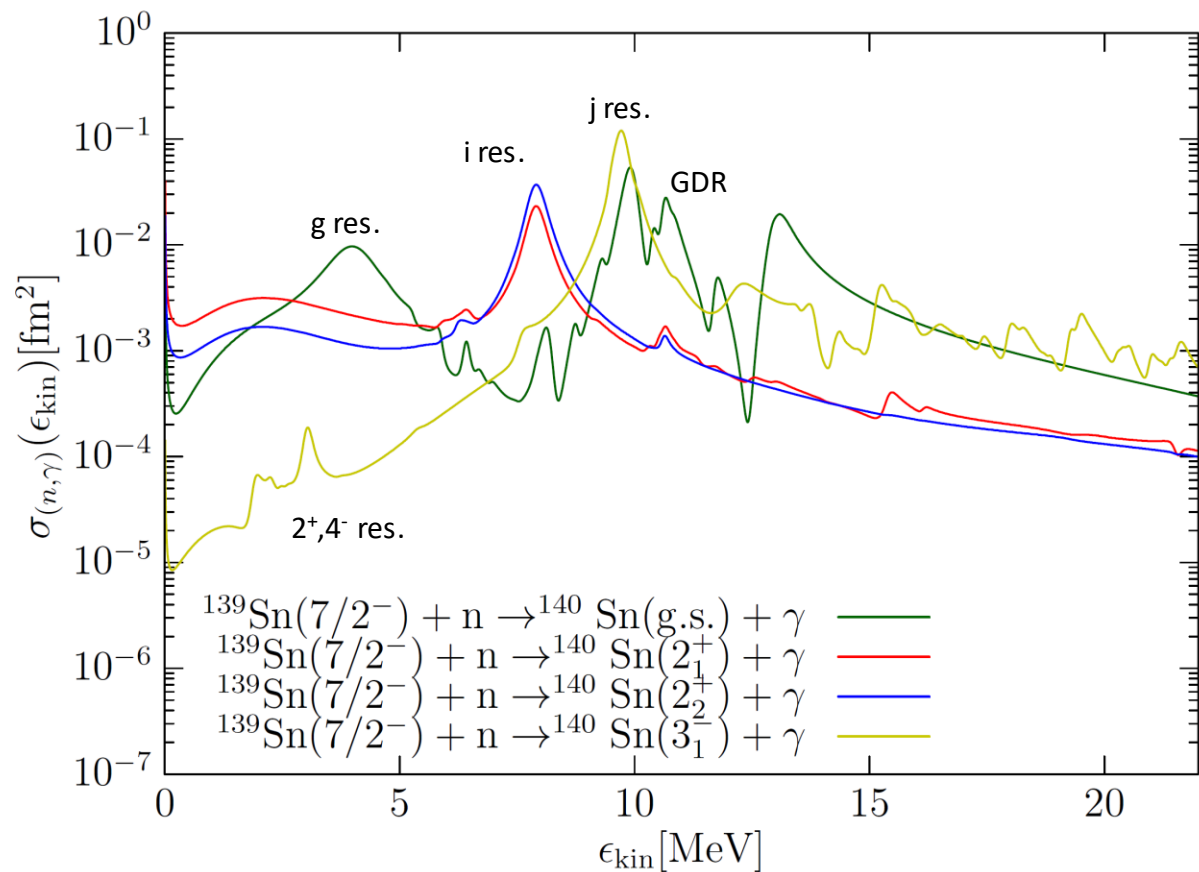
$$3_1^- + \gamma$$

集団運動状態

np間のph相関によって
 2^+ res.に陽子配位も混合

3_1^- に陽子配位があるので
E1による陽子軌道遷移も寄与

$^{139}\text{Sn}(\text{g.s.})$ のE1直接中性子捕獲 :: GDR領域



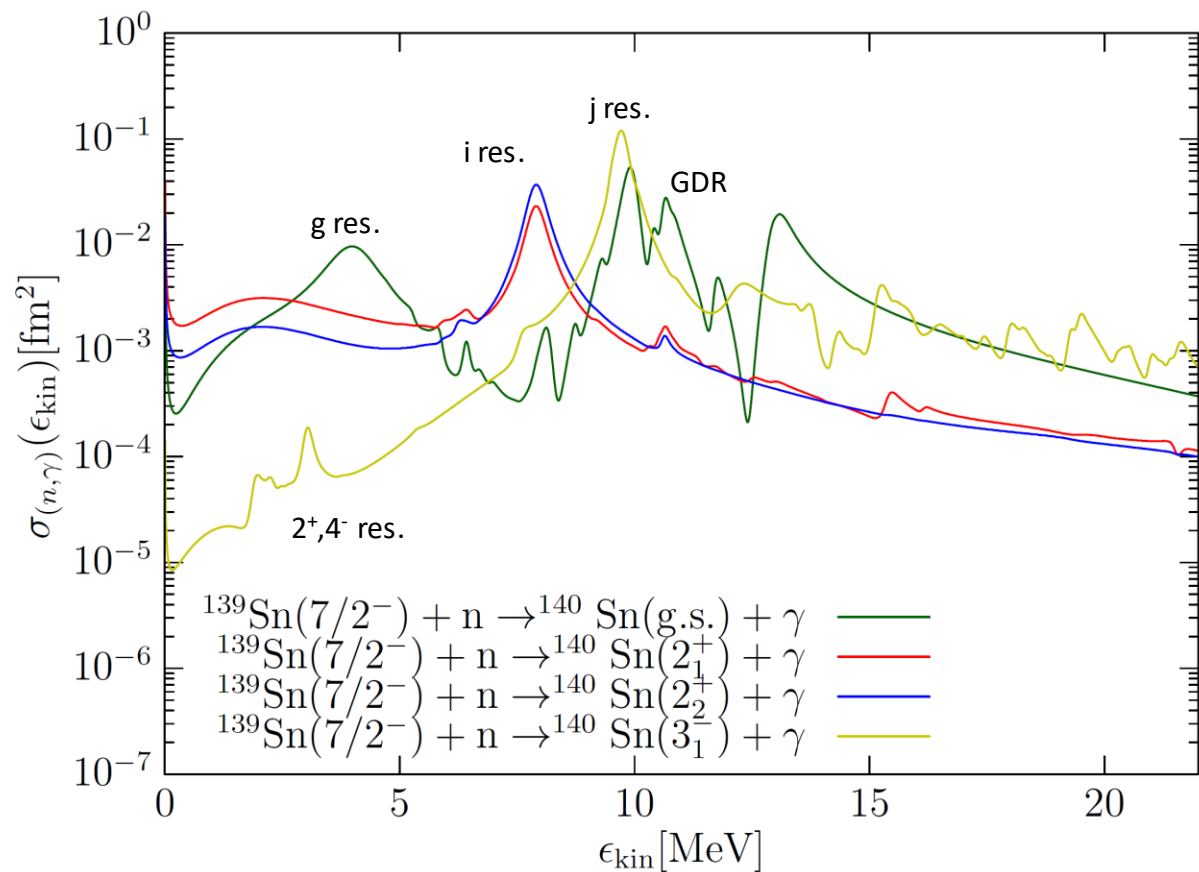
一粒子運動的

- power law scaling
- 一粒子g,i共鳴

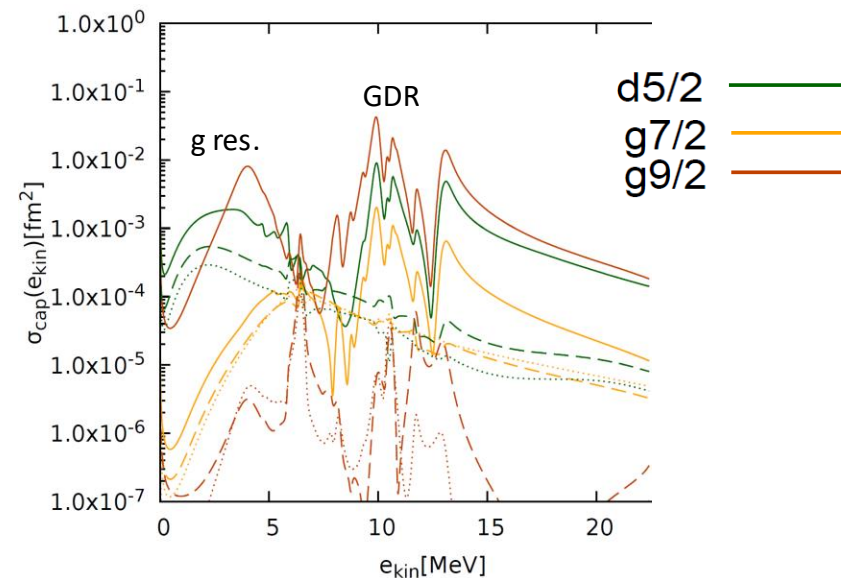
集団運動的

- 一粒子j共鳴
 > 3_1^- における $i_{13/2}$ 共鳴軌道の結合によりj軌道からE1遷移可能
- 低エネルギー共鳴
- GDR形成

$^{139}\text{Sn}(\text{g.s.})$ のE1直接中性子捕獲 :: GDR領域



GDRの集団性による
d,g部分波のコヒーレントな寄与
による断面積の増大



Future Plan :: cRPAによる直接中性子捕獲の適用範囲の拡張

残留核(合成核種)が

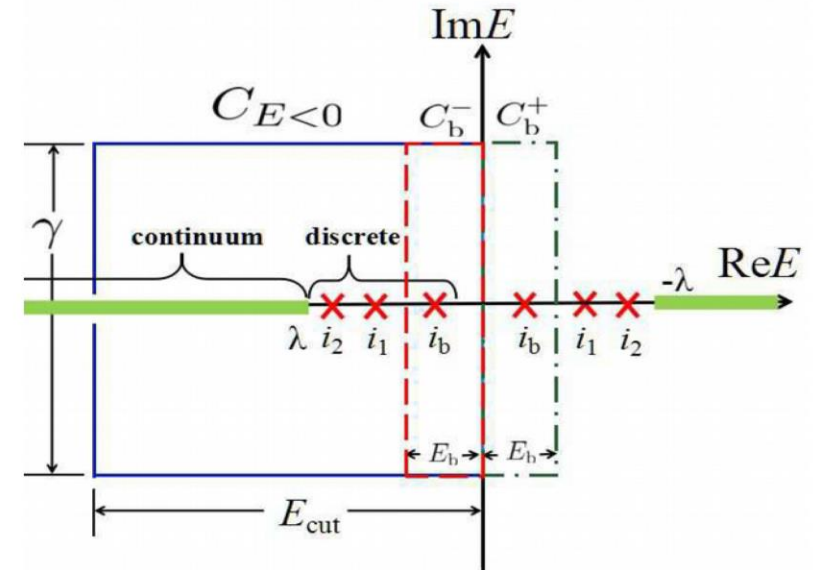
(1)閉殻原子核 T. Saito and M. Matsuo arXiv2208.09455

(2)開殻原子核 対相関の取入れ, cQRPAへの拡張(現在進行中)

(3)奇核 グリーン関数におけるブロッキング手法との組み合わせ

T. Sun et al., PRC 99 (2019) 054316

$$R(r\sigma, r'\sigma') = \frac{1}{2\pi i} \left[\oint_{C_{E<0}} dEG(r\sigma, r'\sigma'; E) - \oint_{C_b^-} dEG(r\sigma, r'\sigma'; E) + \oint_{C_b^+} dEG(r\sigma, r'\sigma'; E) \right]$$



(4)奇々核 neutron proton RPAの枠組みへの拡張
g.s.もex.も2qp励起状態
>外場F=[M,0+]印加の方法

$$|A_{\text{ex.}}^{\text{odd-odd}}\rangle = \sum_{ij} X_{ij} \beta_{p,i}^\dagger \beta_{n,j}^\dagger |0\rangle$$

$$|A_{\text{g.s.}}^{\text{odd-odd}}\rangle = \beta_{p,i}^\dagger \beta_{n,j}^\dagger |0\rangle$$

(1)~(4)によってグローバルに直接過程(n,γ)を計算できるcRPAの理論的枠組みが完成する

Future Plan :: 中性子過剰核における(n, γ)のダイナミクス

対相関(pairing)

- ・偶奇効果
- ・対相関の(n, γ)反応機構への直接的寄与
- ・準粒子共鳴

集団性(collectivity)

- ・一粒子状態と著しく異なる状態
- ・相関により中性子分離エネルギー以下に集団運動状態が現れる可能性
- ・陽子の寄与

共鳴(resonance)

- ・閾値近傍に共鳴状態が存在する可能性
- ・Pygmy共鳴などのエキゾチックモードの存在

連続状態(continuum)

- ・一粒子共鳴軌道の束縛状態への結合
- ・resonanceとcontinuumの干渉効果